

**EJERCITACIÓN PARA EXAMEN DE MATEMATICA
MAYORES DE 25 AÑOS SIN CICLO MEDIO COMPLETO**

PRACTICO 2: Funciones

Noviembre 2011

Ejercicio 1.- Reescriba las oraciones que siguen usando la palabra “función”.

- (a) El impuesto que paga una persona *depende* de su ingreso.
- (b) El consumo de combustible en un viaje *depende* de la distancia recorrida.
- (c) El área de un cuadrado *depende* de su lado.
- (d) El resultado que obtiene un joven en sus estudios *depende* del tiempo dedicado a estudiar.

Ejemplo:

i) La estatura de una persona *depende* de su edad - La estatura de una persona es *función* de su edad.

Ejercicio 2.- Haga un gráfico de la altura en función de la edad, referido a una persona tipo, considerando la edad –en años y de 0 a 100– sobre el eje horizontal y la altura, en metros, sobre el eje vertical.

RECUERDE: Las funciones pueden representarse mediante un gráfico sobre ejes llamados **ejes coordenados**.

Al eje horizontal se lo llama *eje x* o *eje de abscisas*. Sobre él se sitúa la *variable independiente*.

Al eje vertical se lo llama *eje y* o *eje de ordenadas*. Sobre él se sitúa la *variable dependiente*.

Ejercicio 3.- Indique en cada uno de los casos (a), (b) y (c) del Ejercicio 1:

- (i) Las variables que se relacionan
- (ii) La variable independiente y la variable dependiente.

Observación: SIEMPRE a un valor de la *variable independiente* le corresponde **uno y sólo un valor** de la *variable dependiente*. Pero puede ocurrir que a varios de la *independiente* les corresponda **un solo valor** de la *dependiente*. (Ver el gráfico de la estatura en función de la edad).

Ejemplo:

En el ejemplo 1, anterior:

- (i) las variables son: estatura - edad.
- (ii) La variable independiente: edad
- (iii) La variable dependiente: estatura

Ejercicio 4.- Un biólogo está analizando como varía la población de pulgas de agua dulce en un canal, en diferentes épocas del año. En este caso se ocupará estudiar cómo varía la reproducción de estos animales durante 10 semanas, a partir del mes de mayo. Por estudios previos de laboratorio se sabe que el número de crías que tiene cada madre depende de la temperatura del agua. La tabla 1 a continuación muestra el promedio de crías por día y por hembra, para cada temperatura indicada. Es decir, describe como es esa dependencia:

Tabla 1.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Temperatura (°C) del agua | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| Promedio de crías por hembra y día | 1.3 | 1.5 | 1.7 | 2.0 | 2.3 | 2.6 | 2.9 | 2.8 | 2.7 | 2.6 | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 2.0 | 1.8 | 1.5 | 1.1 |

(a) Indique

- (i) Las variables que se relacionan
- (ii) La variable independiente y la variable dependiente.

(b) ¿A qué temperatura se observa el mayor número medio de crías?

(c) ¿A qué temperatura se observa el menor número medio de crías?

(d) Haga un gráfico con los valores de la tabla.

Ejercicio 5.- El biólogo midió la temperatura media del agua del canal durante las 10 semanas del Ejercicio 3 y volcó los resultados obtenidos en la tabla 2:

Tabla 2.

| | | | | | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Semana | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Temperatura (°C) del agua del canal | 13 | 14 | 15 | 17 | 20 | 18 | 21 | 25 | 22 | 18 |

(a) Indique:

(iii) Las variables que se relacionan

(iv) La variable independiente y la variable dependiente.

(b) En qué semana del mes de mayo la temperatura del canal fue mayor?

(c) Haga un gráfico con los valores de la tabla e indique la semana de mayor temperatura media.

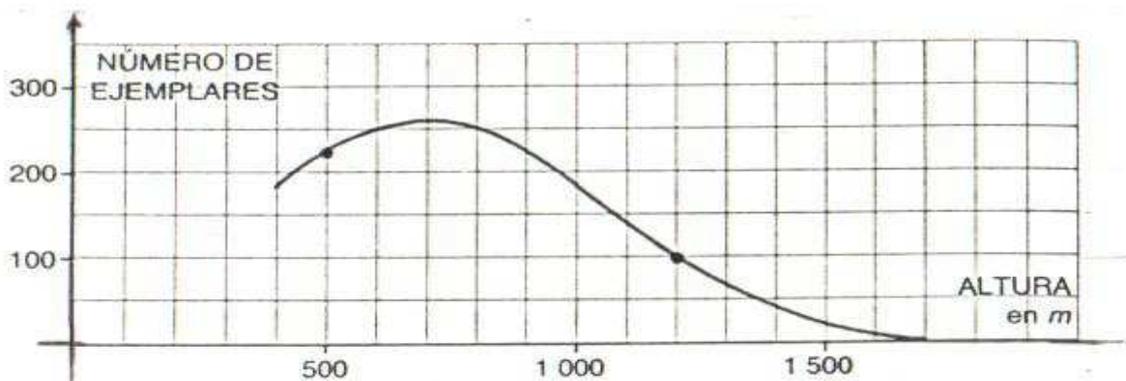
Ejercicio 6.- Nuestro biólogo puede averiguar el promedio de crías, por hembra y por día, en el canal durante esas diez semanas. Para ello basta completar la siguiente tabla 3, usando los datos de las dos primeras. Complete la tabla 3 y luego haga un gráfico con los valores de la misma.

Tabla 3.

| Semana | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Nº medio de crías por hembra y día en el canal | <input type="text"/> |
| | <input type="text"/> |

¿Cuáles han sido las tres semanas más favorables para la reproducción?

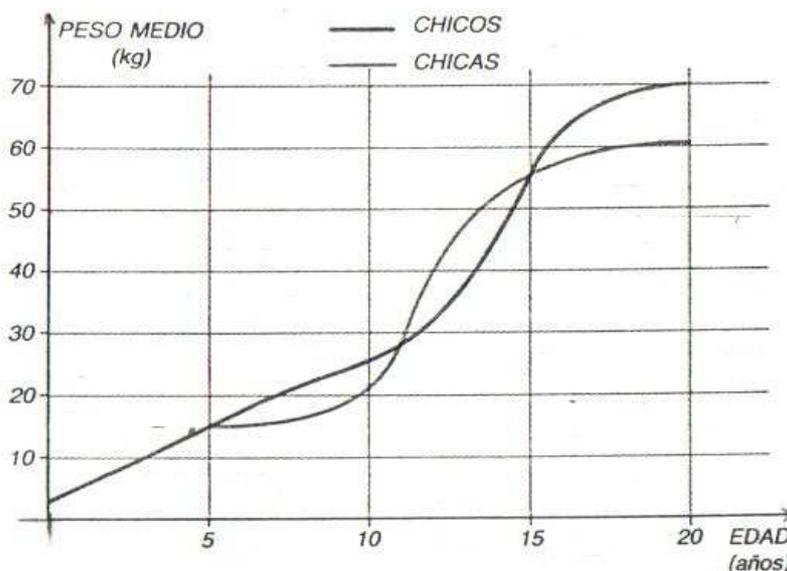
Ejercicio 7.- En una cierta región hay una especie de vegetal que aparece con frecuencia. Se ha estudiado y tabulado el promedio (aproximado) de ejemplares por hectárea que hay a distintas alturas. Observe el gráfico y responda las preguntas que siguen:



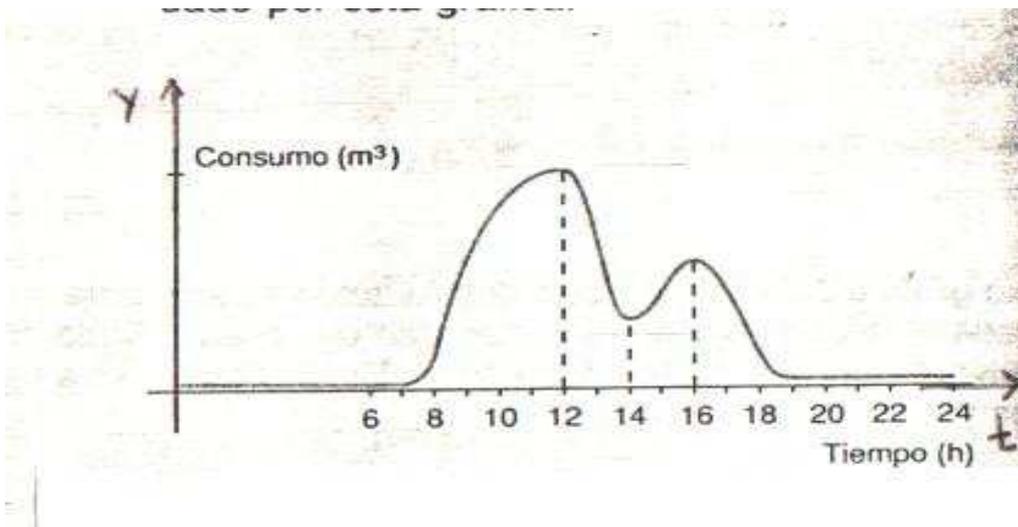
- (a) ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
- (b) El gráfico pasa por el punto $(500, 225)$ que aparece señalado. Esto significa que en esa región, a 500 metros de altura, se encuentran unos 225 ejemplares por hectárea. Explique lo que significa que la gráfica pase por $(1200, 100)$.
- (c) ¿A qué altura (o alturas) hay aproximadamente 200 ejemplares por hectárea?
- (d) ¿Cuántos ejemplares se pueden encontrar a 2000 metros de altura?
- (e) La relación existente entre *ejemplares por hectárea* – *altura* se representa en este caso por $y = f(x)$, donde y representa el número de ejemplares por hectárea y x la altura en metros. Explique el significado de:
- (i) $f(1500) = 25$, $f(600) = 250$, $f(1100) = 120$
- (ii) Obtenga, en forma aproximada, $f(400)$, $f(700)$, $f(1400)$.

Ejercicio 8.- El gráfico siguiente expresa el peso medio de los niños desde que nacen hasta los 20 años. Usando el gráfico indique:

- (a) ¿Cuál es el peso medio de los niños de 9 años?
- (b) ¿A partir de qué edad los niños tienen un peso medio superior a 55kg?
- (c) ¿En qué período ganan peso más rápidamente? ¿Y más lentamente?

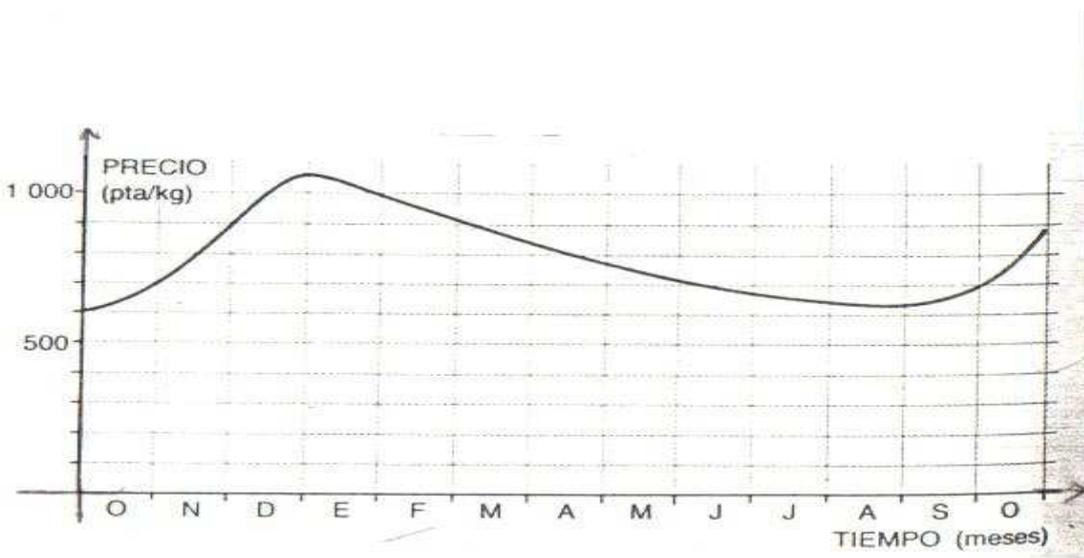


Ejercicio 9.- El consumo de agua de un colegio viene dado por el gráfico siguiente:



- ¿Durante qué horas el consumo de agua es nulo?
- ¿En qué período el consumo es creciente? ¿Y decreciente?
- ¿En cuáles horas se alcanzan los valores máximos y mínimos de consumo de agua?

Ejercicio 10.- La evolución del precio de la carne de cordero durante 13 meses, desde octubre de 2009 a octubre de 2010, viene dado por el siguiente gráfico.



- Indique el mes y el año en que el precio por kilo era de \$25.
- Indique los meses en que el precio fue creciendo y cuándo comenzó a decrecer.
- Dé un valor aproximado del precio por kg en el mes de abril del año 2010.
- ¿Cuál fue el mes en que alcanzó el precio máximo y cual su valor?

Ejercicio 11.- Con una cinta métrica y un manómetro (*instrumento para medir presión*) se mide la profundidad y la presión en distintos puntos de una piscina de saltos, y se obtiene la tabla que aparece a continuación:

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>Profundidad (m)</i> y | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
| <i>Presión (kg/cm²)</i> x | 1,51 | 2,03 | 2,55 | 3,07 | 3,58 | 4,10 | 4,62 | 5,13 | 5,65 | 6,17 |

- (a) Haga un gráfico con los datos de la tabla y luego efectúe los siguientes análisis:
- (b) ¿En cuánto se incrementa la presión –en cada caso– cuando la profundidad aumenta de: 1m a 1.5m; 2.5m a 3m; y de 4 a 4.5m?
- (c) Cuando se consideran incrementos sucesivos de 0.5m (iguales) de la profundidad ¿Los correspondientes incrementos de la presión son también iguales?
- (d) Si la relación de dependencia de la **profundidad (x)** con la **presión (y)** se representa por la función $y = f(x)$, determine los valores: $f(1)$, $f(2.5)$, $f(4)$ y $f(5)$
- (e) Calcule los siguientes incrementos de la presión:
- (i) $f(1) - f(0.5)$ (ii) $f(1.5) - f(1)$ (iii) $f(3) - f(2.5)$

Ejercicio 12.- La distancia recorrida por un auto, desde el instante en que el conductor detecta un peligro, hasta que el coche se detiene por completo, es función de la velocidad que lleva el coche en ese instante.

(a) Haga un gráfico con los datos de la tabla que aparece a continuación:

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|------|------|------|------|------|----|----|-----|
| <i>Velocidad (km/h)</i> v | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| <i>Distancia recorrida (en metros)</i> d | 3 | 7 | 13,5 | 20,5 | 29,5 | 39,5 | 50,5 | 64 | 79 | 95 |

- (b) ¿En cuánto se incrementa la distancia de frenado cuando la velocidad pasa de: 20 km/h a 30km/h? ¿Y de 40 a 50 km/h?
- (c) ¿A cada incremento de 10 km/h en la velocidad le corresponde siempre el mismo incremento en la distancia de frenado?
- (d) Si la relación de dependencia de la **velocidad (v)** con la **distancia (d)** viene dada por la función $d = g(v)$, determine los valores: $g(10)$, $g(30)$, $g(40)$ y $g(90)$
- (e) Calcule: (i) $g(20) - g(10)$ (ii) $g(30) - g(20)$ (iii) $g(80) - g(70)$

Ejercicio 13.- Exprese cada una de las reglas siguientes como funciones:

- (a) Sume 5 (a una variable x) y luego multiplique por 2.
- (b) Eleve al cuadrado, luego reste 3.
- (c) Sume 1, luego divida por 3.
- (d) “Eleve al cuadrado, sume 10, luego saque la raíz cuadrada.

Ejemplo:

1.- “Eleve al cubo, luego reste 5” se expresa como la función $f(x) = x^3 - 5$.

2.- “Reste 5, luego eleve al cubo” se expresa como la función $f(x) = (x - 5)^3$.

Ejercicio 14.- Evalúe cada una de las siguientes funciones en los puntos indicados:

(i) $f(x) = 3x + 1$; $f(2)$, $f(-3)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(-a)$

(ii) $g(x) = x^2 + 3x$, $g(0)$, $g(-2)$, $g\left(\frac{1}{4}\right)$

(iii) $h(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$; $h(0)$, $h(-2)$, $h(b)$

Ejercicio 15.- El costo de producción para fabricar x metros de cierta tela está dado por la siguiente función:

$$C(x) = 1500 + 3x + 0.02x^2 + 0.0001x^3$$

Determine, en cada caso, el costo por metro al producir:

- (i) 10 metros
- (ii) 30 metros
- (iii) 300 metros
- (iv) 1000 metros.